

**Đại Học Đà Nẵng - Trường Đại học Bách Khoa
Khoa Điện - Nhóm Chuyên môn Điện Công Nghiệp**

Giáo trình Kỹ thuật Điện

Biên soạn: Nguyễn Hồng Anh, Bùi Tân Lợi, Nguyễn Văn Tân, Võ Quang Sơn

Chương 2

DÒNG ĐIỆN HÌNH SIN

2.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Dòng điện hình sin là dòng điện xoay chiều có trị số biến thiên phụ thuộc thời gian theo một hàm số hình sin.

2.1.1. Dạng tổng quát của đại lượng hình sin

Trị số của đại lượng hình sin ở một thời điểm t gọi là trị số tức thời và được biểu diễn dưới dạng tổng quát là :

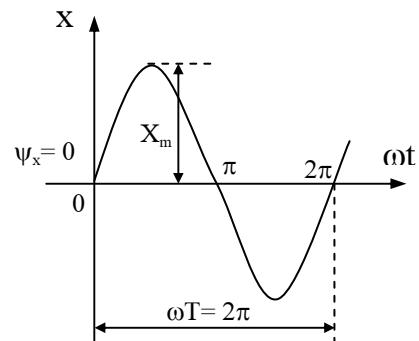
$$x = X_m \sin(\omega t + \Psi_x) \quad (2.1)$$

Ví dụ, đại lượng hình sin là :

$$\text{Dòng điện: } i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i) \quad (2.1a)$$

$$\text{Điện áp: } u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) \quad (2.1b)$$

$$\text{Sđđ : } e = E_m \sin(\omega t + \Psi_e) \quad (2.1c)$$



Hình 2.1 Đại lượng hình sin

2.1.2. Các thông số đặc trưng của đại lượng hình sin.

1. *Biên độ của đại lượng hình sin X_m* : Giá trị cực đại của đại lượng hình sin, nó nói lên đại lượng hình sin đó lớn hay bé. Để phân biệt, trị số tức thời được ký hiệu bằng chữ in thường x (i , u , ...), biên độ được ký hiệu bằng chữ in hoa X_m (I_m , U_m ...)

2. *Góc pha ($\omega t + \Psi_x$)* (hay còn gọi là pha) là xác định chiều và trị số của đại lượng hình sin ở thời điểm t nào đó.

3. *Pha ban đầu Ψ_x* : xác định chiều và trị số của đại lượng hình sin ở thời điểm $t = 0$. Hình 2.1 vẽ đại lượng hình sin với pha ban đầu bằng 0.

4. *Chu kỳ T của đại lượng hình sin* là khoảng thời gian ngắn nhất để đại lượng hình sin lặp lại về chiều và tri số. Từ hình 2.1, ta có : $\omega T = 2\pi$. Vậy chu kỳ T là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (s)} \quad (2.2)$$

+ *Tần số f*: Số chu kỳ của đại lượng hình sin trong một giây. Đơn vị của tần số là Hertz, ký hiệu là Hz.

$$f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \quad (2.3)$$

+ *Tần số góc ω (rad/s)*: Tốc độ biến thiên của góc pha trong một giây.

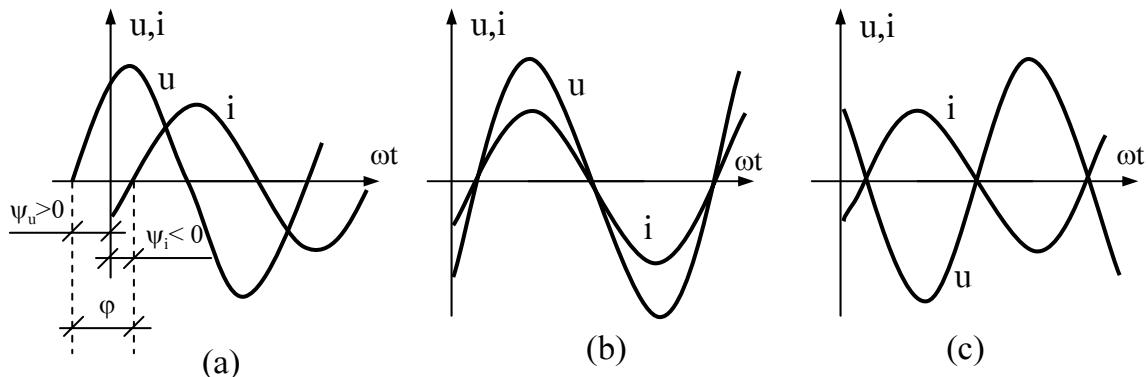
$$\omega = 2\pi f \text{ (rad/s)} \quad (2.4)$$

Lưới điện công nghiệp của nước ta có tần số $f = 50\text{Hz}$. Vậy chu kỳ $T = 0,02\text{s}$ và tần số góc là $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi \text{ rad/s}$.

2.1.3. Sự lệch pha của hai đại lượng hình sin cùng tần số

Hai đại lượng hình sin không đồng thời đạt trị số không hoặc trị số cực đại thì được gọi là lệch pha nhau, đặc trưng cho sự lệch pha nó bằng hiệu hai pha ban đầu.

Ví dụ, ta có điện áp $u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u)$ có pha ban đầu $\Psi_u > 0$ và dòng điện $i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i)$ có pha ban đầu $\Psi_i < 0$ được trình bày trên hình 2.2a.



Hình 2.2 Sự lệch pha của hai đại lượng hình sin cùng tần số

Góc lệch pha của điện áp và dòng điện là :

$$\phi = \Psi_u - \Psi_i$$

Nếu: $\phi > 0$: điện áp vượt trước dòng điện một góc là ϕ (hình 2.2a).

$\phi < 0$: điện áp chậm sau dòng điện một góc là ϕ .

$\phi = 0$: điện áp và dòng điện trùng pha nhau (hình 2.2b).

$\phi = \pm 180^\circ$: điện áp và dòng điện ngược pha nhau (hình 2.2c).

$\phi = \pm 90^\circ$: điện áp và dòng điện vuông pha nhau.

2.2. TRỊ SỐ HIỆU DỤNG CỦA DÒNG ĐIỆN HÌNH SIN

Trị số hiệu dụng của dòng điện hình sin là trị số tương đương về phương diện tiêu tán năng lượng với dòng điện không đổi I nào đó.

Cho dòng điện hình sin i qua nhánh có điện trở R (hình 2.3) trong một chu kỳ T thì năng lượng tiêu tán trên nhánh có điện trở đó là :

$$W = \int_0^T R i^2 dt \quad (2.5)$$

Cũng cho qua nhánh có điện trở R dòng điện một chiều I trong một thời gian T , ta có:

$$W = RI^2 T \quad (2.6)$$

Vậy từ (2.5) và (2.6), ta có trị hiệu dụng dòng điện hình sin :

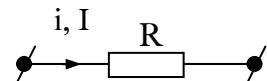
$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (2.7)$$

Thay dòng điện hình sin $i = I_m \sin \omega t$ vào (2.7) và tính, ta có:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (I_m \sin \omega t)^2 dt} = I_m / \sqrt{2} \quad (2.8)$$

Tương tự, trị số hiệu dụng của điện áp và sđđ là :

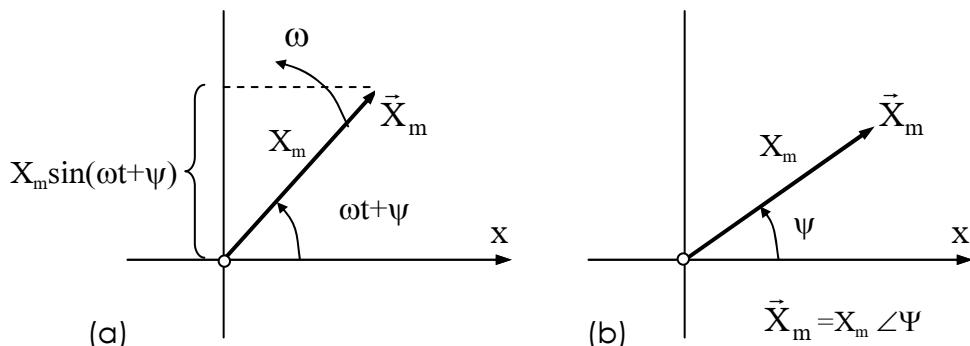
$$U = U_m / \sqrt{2} ; \quad E = E_m / \sqrt{2}. \quad (2.9)$$



Hình 2.3 Nhánh R

2.3. BIỂU DIỄN DÒNG ĐIỆN HÌNH SIN BẰNG VECTƠ

Đại lượng hình sin tổng quát $x(t) = X_m \sin(\omega t + \psi)$ gồm ba thông số : biên độ X_m , tần số góc ω và pha ban đầu ψ . Các thông số như thế được trình bày trên hình 2.4a bằng một vectơ quay \vec{X}_m có độ lớn X_m , hình thành từ góc pha $(\omega t + \psi)$ với trục hoành. Hình chiếu vectơ lên trục tung cho ta trị số tức thời của đại lượng hình sin.



Hình 2.4 Biểu diễn đại lượng hình sin bằng vectơ

Vectơ quay ở trên có thể biểu diễn bằng vectơ đứng yên (tức là ở thời điểm $t = 0$) như hình 2.4b. Vectơ này chỉ có hai thông số, biên độ và pha ban đầu, và được ký hiệu :

$$\vec{X}_m = X_m \angle \Psi \quad (2.10)$$

Ký hiệu \vec{X}_m chỉ rõ vectơ tương ứng với đại lượng hình sin $x(t) = X_m \sin(\omega t + \psi)$ và ký hiệu $X_m \angle \Psi$ có nghĩa là vectơ \vec{X}_m có biên độ X_m và pha ban đầu ψ . Vậy, nếu ω cho trước thì đại lượng hình sin hoàn toàn xác định khi ta biết biên độ (hay trị hiệu dụng X) và pha ban đầu. Như vậy đại lượng hình sin cũng có thể biểu diễn bằng vectơ có độ lớn bằng trị hiệu dụng X và pha ban đầu ψ , như $\vec{X} = X \angle \Psi$.

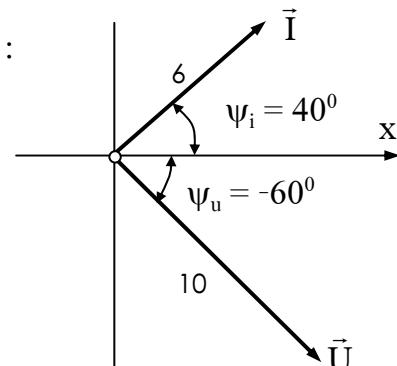
VÍ DỤ 2.1: Cho dòng điện $i = \sqrt{2} 6 \sin(\omega t + 40^\circ)$ A;

và điện áp $u = \sqrt{2} 10 \sin(\omega t - 60^\circ)$ V.

Biểu diễn chúng sang dạng vectơ như hình VD 2.1:

$$\vec{I} = 6 \angle 40^\circ \text{ A} ;$$

$$\vec{U} = 10 \angle -60^\circ \text{ V}$$



Hình VD 2-1 Biểu diễn dòng điện và điện áp hình sin bằng vectơ

Ta thấy $\psi > 0$, vectơ được vẽ nằm trên trực hoành, còn $\psi < 0$, vectơ nằm dưới trực hoành (hình VD 2.1).

2.4. BIỂU DIỄN DÒNG ĐIỆN HÌNH SIN BẰNG SỐ PHÚC

2.4.1. Khái niệm về số phức

Số phức là tổng gồm hai thành phần, có dạng như sau :

$$V = a + jb \quad (2.11)$$

trong đó a, b là các số thực; a gọi là phần thực, b gọi là phần ảo và $j = \sqrt{-1}$.

2.4.2. Hai dạng viết của số phức

+ **Dạng đại số:** Để phân biệt với môđun (độ lớn) sau này ta viết số phức V có dấu chấm trên đầu :

$$\dot{V} = a + jb \quad (2.12)$$

+ Dạng lượng giác:

Biểu diễn số phức $\dot{V} = a + jb$ lên mặt phẳng phức bằng một điểm V . Điểm V có tọa độ ngang là phần thực a và tọa độ đứng là phần ảo b (hình 2-5).

Ta cũng có thể biểu diễn số phức $\dot{V} = a + jb$ lên tọa độ cực bằng một vectơ \vec{V} . Vectơ \vec{V} có môđun là từ gốc tọa độ 0 đến điểm V và argumen Ψ là góc hợp giữa vectơ \vec{V} với trục ngang (hình 2-5).

Từ hình 2-5, ta có :

$$\begin{cases} a = V \cos \Psi \\ b = V \sin \Psi \end{cases} \quad \begin{cases} V = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \Psi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} \end{cases}$$

Dạng lượng giác của số phức :

$$\dot{V} = V \cos \Psi + j V \sin \Psi \quad (2.13)$$

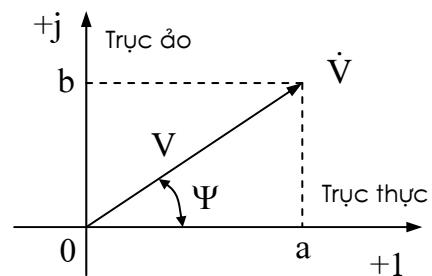
+ Dạng số mũ :

Ta có công thức Euler :

$$e^{j\Psi} = \cos \Psi + j \sin \Psi$$

Viết lại số phức (2.12) thành dạng số mũ :

$$\dot{V} = V e^{j\Psi} = V \angle \Psi \quad (2.14)$$



Hình 2-5 Biểu diễn số phức lên mặt phẳng phức

2.4.3. Hai số phức cân nhó

Cân nhó hai số phức: $e^{j\Psi}$ và j . Với số phức $e^{j\Psi}$ có môđun = 1 và argumen = Ψ ; còn số phức $e^{\pm j\pi/2}$ cũng có môđun = 1 và argumen = $\pm \pi/2$. Vậy có phức :

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = j \quad \text{và} \quad e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$$

và $j^2 = j \cdot j = -1$ nên $j = -\frac{1}{j}$ (2.15)

2.4.4. Cặp phức liên hợp

Một số phức được gọi là liên hợp của số phức A khi chúng có phần thực bằng nhau và phần ảo trái dấu nhau.

Cho có phức $\dot{A} = a + jb = Ae^{j\Psi}$.

Số phức liên hợp của \dot{A} ký hiệu \dot{A}^* là: $\dot{A}^* = a - jb = Ae^{-j\Psi}$ (2.16)

2.4.5. Các phép tính cơ bản của số phức

Cho hai số phức như sau:

$$\dot{A}_1 = a_1 + jb_1 = A_1 e^{j\Psi_1}; \quad \dot{A}_2 = a_2 + jb_2 = A_2 e^{j\Psi_2} \quad (2.17)$$

1. *Đangkang thuc hai phuc*

$$\dot{A}_1 = \dot{A}_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2 \& b_1 = b_2 \quad (2.18)$$

Vậy hai số phức được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi phần thực và phần ảo bằng nhau từng đôi nót.

2. *Tổng (hiệu) hai phuc*

$$\dot{V} = \dot{A}_1 \pm \dot{A}_2 \Leftrightarrow \dot{V} = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) \quad (2.19)$$

Tổng (hiệu) hai phuc là một số phức có phần thực bằng tổng (hiệu) các phần thực và phần ảo bằng tổng (hiệu) các phần ảo.

3. *Tích (thuong) hai phuc.*

Tích hai số phức :

$$\dot{A}_1 \cdot \dot{A}_2 = A_1 e^{j\Psi_1} A_2 e^{j\Psi_2} = A_1 A_2 e^{j(\Psi_1 + \Psi_2)} \quad (2.20)$$

Như vậy tích hai số phức là một số phức có môđun bằng tích các môđun và argumen bằng tổng các argumen.

Thương hai phuc :

$$\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1 e^{j\Psi_1}}{A_2 e^{j\Psi_2}} = \frac{A_1}{A_2} e^{j(\Psi_1 - \Psi_2)} \quad (2.21)$$

Như vậy thương hai số phức là một số phức có môđun bằng thương các môđun và argumen bằng hiệu các argumen.

2.4.6. Biểu diễn dòng điện hình sin bằng số phức

Các đại lượng hình sin như sđđ, dòng điện, điện áp ... được hoàn toàn xác định khi ta biết trị hiệu dụng và pha ban đầu vì vậy ta có thể biểu diễn chúng bằng các số phức gọi là ảnh phức có môđun bằng trị hiệu dụng và argumen bằng pha ban đầu và được ký hiệu bằng các chữ cái in hoa có dấu chấm trên đầu.

Tổng quát :

$$x = \sqrt{2}X \sin(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{X} = X e^{j\Psi} = X \angle \Psi \quad (2.22)$$

VÍ DỤ 2.2:

$$\text{Dòng điện : } i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi_i) \Leftrightarrow \dot{I} = I e^{j\Psi_i} = I \angle \Psi_i \quad (2.22a)$$

$$\text{Điện áp : } u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \Psi_u) \Leftrightarrow \dot{U} = U e^{j\Psi_u} \quad (2.22b)$$

$$\text{Sđđ : } e = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \Psi_e) \Leftrightarrow \dot{E} = E e^{j\Psi_e} \quad (2.22c)$$

2.4.7. Biểu diễn phép đạo hàm và tích phân của hàm số hình sin bằng số phức

Cho dòng điện hình sin và biểu diễn sang dạng phức như sau :

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi_i) \Leftrightarrow \dot{I} = I e^{j\Psi_i}$$

Lấy đạo hàm của dòng điện theo thời gian :

$$\frac{di}{dt} = \frac{d(\sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi_i))}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \sqrt{2}I\omega \cos(\omega t + \Psi_i) = \sqrt{2}I\omega \sin(\omega t + \Psi_i + \frac{\pi}{2})$$

Chuyển di/dt sang dạng phức, ta có :

$$I\omega e^{j(\Psi_i + \frac{\pi}{2})} = \omega e^{\frac{j\pi}{2}} I e^{j\Psi_i} = j\omega I$$

Tổng quát : $\frac{dx}{dt} \leftrightarrow j\omega \dot{X}$ (2.23)

Như vậy số phức biểu diễn đạo hàm của hàm số hình sin bằng số phức biểu diễn nó nhân với $j\omega$.

VÍ DỤ 2.3 :

Ta đã có điện áp trên nhánh thuần cảm :

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

$$\text{Biểu diễn sang dạng phức : } u_L = L \frac{di}{dt} \Leftrightarrow \dot{U}_L = j\omega L I$$

Lấy tích phân của dòng điện theo thời gian :

$$\int idt = \int \sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi_i) dt$$

$$\int idt = -\frac{\sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi_i)}{\omega} = \frac{\sqrt{2}I}{\omega} \cos(\omega t + \Psi_i - \pi/2)$$

Chuyển $\int idt$ sang dạng phức :

$$\frac{I}{\omega} e^{j(\Psi_i - \frac{\pi}{2})} = \frac{1}{\omega} e^{-\frac{j\pi}{2}} I e^{j\Psi_i} = \frac{\dot{I}}{j\omega}$$

Tổng quát : $\int xdt \leftrightarrow \frac{\dot{X}}{j\omega}$ (2.24)

Số phức biểu diễn tích phân của hàm số hình sin bằng số phức biểu diễn nó chia cho $j\omega$.

VÍ DỤ 2.4 :

Ta đã có điện áp trên nhánh thuần dung và biểu diễn sang dạng phức :

$$u_C = \frac{1}{C} \int idt \Leftrightarrow \dot{U}_C = \frac{1}{C} \frac{\dot{I}}{j\omega}$$

2.5. DÒNG ĐIỆN HÌNH SIN TRONG NHÁNH THUẦN TRỎ

2.5.1. Quan hệ giữa dòng điện và điện áp

Giả sử cho qua nhánh thuần trỏ R dòng điện $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ (hình 2.6). Dòng điện i quan hệ với điện áp u_R theo định luật Ohm:

$$\begin{aligned} u_R &= Ri \\ &= R \sqrt{2} I \sin \omega t = \sqrt{2} U_R \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.25)$$

Phương trình (2.25) biểu diễn sang dạng số phức:

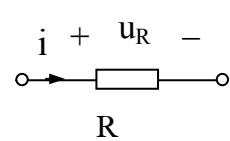
$$\dot{U}_R = R \dot{I} \quad (2.26)$$

Từ (2.26) suy ra rằng:

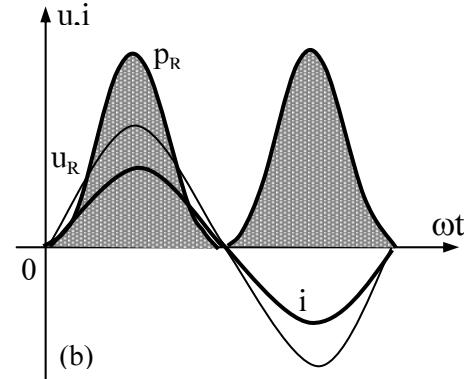
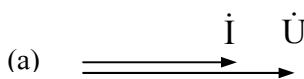
- Vè trị số hiệu dụng, điện áp gấp dòng điện R lân

$$U_R = RI \quad (2.27)$$

- Vè trị số góc lệch pha: điện áp và dòng điện trùng pha nhau (hình 2.7a)



Hình 2.6 Nhánh thuần trỏ



Hình 2.7 Đồ thị vectơ (a) và đồ thị hình sin (b) nhánh thuần trỏ

2.5.2. Quá trình năng lượng

Vì u và i cùng pha, cùng chiều, do đó công suất tiếp nhận luôn đưa từ nguồn đến và tiêu tán hết. Thật vậy, công suất tức thời là :

$$\begin{aligned} p_R &= u.i = 2U_R I \sin^2 \omega t \\ p_R &= U_R I [1 - \cos 2\omega t] \end{aligned} \quad (2.28)$$

Ta thấy công suất tức thời không cho phép ta tính dễ dàng năng lượng tiêu tán trong một thời gian hữu hạn, vì vậy ta đưa ra khái niệm công suất tác dụng, **nó là trị số trung bình của công suất tức thời trong chu kỳ T :**

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt \quad (2.29)$$

Tính cho nhánh thuần trỏ, ta thấy công suất tác dụng tiêu tán trên R:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_R dt = U_R I = RI^2 \quad (2.30)$$

2.6. DÒNG ĐIỆN SIN TRONG NHÁNH THUẦN CẨM L.

2.6.1. Quan hệ giữa điện áp và dòng điện

Khi có $i = \sqrt{2} \cdot I \sin \omega t$ đi qua nhánh thuần cảm L (hình 2.8), trên nhánh sẽ có điện áp u_L , quan hệ với dòng điện là :

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \sqrt{2} \cdot \omega L I \cos \omega t = \sqrt{2} U_L \cos \omega t$$

Biểu diễn sang dạng số phức:

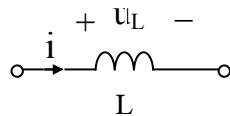
$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I} \quad (2.31)$$

Trong đó, $X_L = \omega L$ có thể nguyên điện trở (Ω) gọi là điện kháng điện cảm.

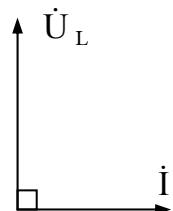
Từ (2.31) suy ra rằng:

$$\text{Về trị số hiệu dụng : } U_L = X_L I \quad (2.32)$$

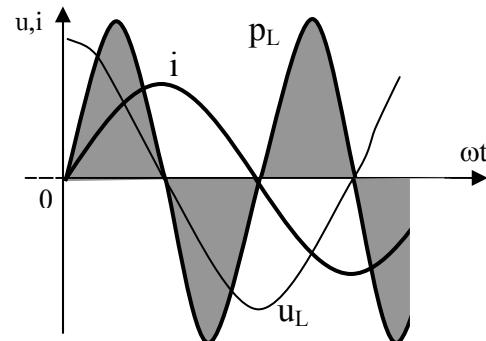
Về góc lệc pha : Điện áp vượt trước dòng điện một góc $\pi/2$ (hình 2.9a).



Hình 2-8 Nhánh thuần cảm



(a)



Hình 2-9 Đồ thị vectơ (a) và đồ thị hình sin (b) nhánh thuần cảm

2.6.2. Quá trình năng lượng

Công suất tức thời trong nhánh thuần cảm :

$$\begin{aligned} p_L &= u_L i = \sqrt{2} U_L \cos \omega t \cdot \sqrt{2} I \sin \omega t \\ &= U_L I \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (2.33)$$

Do u và i lệch pha nhau $\pi/2$ nên thấy rằng phần tư chu dung đầu u và i cùng chiều ($p_L > 0$), lại tiếp 1/4 chu kỳ sau chúng ngược chiều nhau ($p_L < 0$), .. tức là cứ 1/4 chu kỳ đưa năng lượng từ nguồn đến nạp vào từ trường điện cảm, lại tiếp theo

1/4 chu kỳ phóng trả năng lượng ra ngoài (hình 2.9b). Vậy năng lượng điện tử dao động với tần số 2ω , tích phóng và không tiêu tán, nghĩa là công suất tác dụng $P = 0$.

Công suất phản kháng điện cảm Q_L :

$$Q_L = U_L I = X_L I^2 \quad (\text{VAR}) \quad (2.34)$$

2.7. DÒNG ĐIỆN SIN TRONG NHÁNH THUẦN DUNG.

2.7.1. Quan hệ giữa điện áp và dòng điện

Khi cho $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ qua nhánh thuần dung C (hình 2.10), trên nhánh sẽ có điện áp u_c , quan hệ giữa chúng :

$$\begin{aligned} u_c &= \frac{1}{C} \int i dt \\ u_c &= -\frac{\sqrt{2} I}{\omega C} \cos \omega t = -\sqrt{2} U_c \cos \omega t \end{aligned}$$

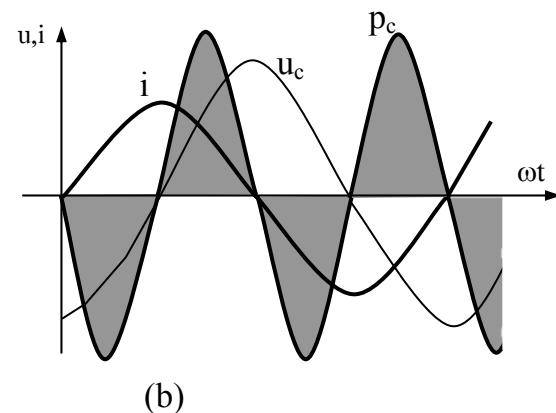
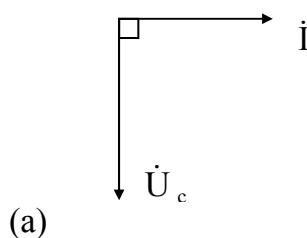
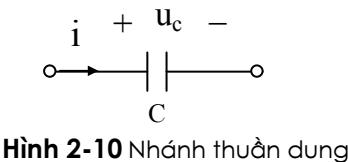
Viết biểu thức sang dạng số phức :

$$\dot{U}_c = \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = -jX_C \dot{I} \quad (2.35)$$

Trong đó, $X_C = 1/\omega C$ có thứ nguyên điện trở (Ω) gọi là điện kháng điện dung.

Từ (2.35), ta suy ra là :

- Vô tri số hiệu dụng: $U_c = X_C I$ (2.36)
- Vô góc lệch pha: Điện áp chậm sau dòng điện một góc $\pi/2$ (hình 2.11a).



Hình 2-11 Đồ thị vectơ (a) và đồ thị hình sin (b) nhánh thuần dung

2.7.2. Quá trình năng lượng

Công suất tức thời trong nhánh thuần dung :

$$p_c = u_c i = -\sqrt{2} U_c \cos \omega t \cdot \sqrt{2} I \sin \omega t$$

$$= -2U_c I \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\ p_c = -U_c I \sin 2\omega t = Q_C \sin 2\omega t \quad (2.37)$$

trong đó, biên độ dao động công suất Q gọi là công suất phản kháng của điện dung, bằng:

$$Q_c = -U_c I = -X_c I^2 \quad (2.38)$$

Sơ đồ mạch điện như hình vẽ 2.10

2.8. DÒNG ĐIỆN SIN TRONG NHÁNH R-L-C NỐI TIẾP.

2.8.1. Quan hệ giữa điện áp và dòng điện

Giả sử cho qua nhánh R- L- C nối tiếp $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ sẽ gây trên các phần tử R, L, C điện áp u_R , u_L , u_C . Theo định luật Kirchhoff 2, ta có phương trình cân bằng:

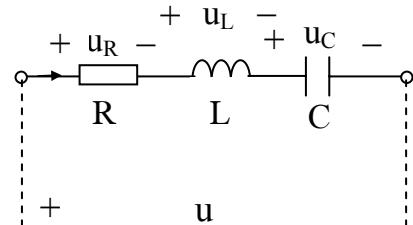
$$u = u_R + u_L + u_C \quad (2.39)$$

Phương trình (2.39) được biểu diễn dưới dạng phức như sau :

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C \quad (2.40)$$

Thay các quan hệ giữa \dot{U}_R , \dot{U}_L , \dot{U}_C với I theo (2.26), (2.31) và (2.35) vào (2.40), ta được :

$$\begin{aligned} \dot{U} &= R\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I} \\ &= \dot{I}[(R + j(X_L - X_C))] \\ &= \dot{I}(R + jX) \\ \dot{U} &= \dot{I}Z \end{aligned} \quad (2.41)$$



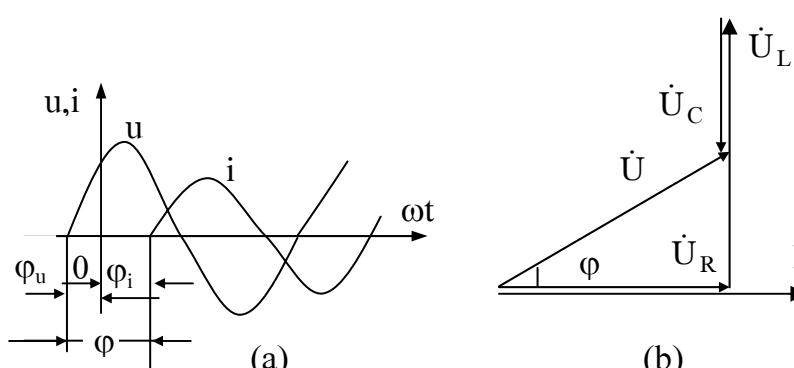
Hình 2.12 Nhánh R-L-C nối tiếp

trong đó: $X = X_L - X_C$ gọi là điện kháng của nhánh;

$Z = R + jX = Z e^{j\phi}$ là tổng trở phức của nhánh;

$z = \sqrt{R^2 + X^2}$ là của tổng trở phức

$\phi = \arctg(X/R)$ là argumen của tổng trở phức.



Hình 2-13 Đồ thị hình sin (a) và vectơ (b) nhánh R-L-C nối tiếp

Biểu thức (2.41) viết cụ thể như sau:

- Về trị số hiệu dụng : $U = ZI$
- Về góc pha: điện áp và dòng điện lệch pha một góc là φ (hình 2-13).
 - + $\varphi > 0$ hay < 0 , ta có điện áp vượt trước hay chậm sau dòng điện;
 - + $X > 0$ tức là $X_L > X_C$ thì $\varphi > 0$: mạch có tính chất điện cảm;
 - + $X < 0$ tức là $X_L < X_C$ thì $\varphi < 0$: mạch có tính điện dung.

Riêng khi $X_L = X_C$, $\varphi = 0$ dòng và áp trùng pha nhau tựa như một mạch thuần trở; điện cảm và điện dung vừa bù hết nhau, mạch cộng hưởng.

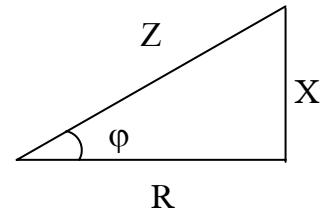
2.8.2. Tam giác tổng trở

Phân tích $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ và $\varphi = \text{artg } X/R$ có thể biểu diễn quan hệ giữa R, X, Z bằng một tam giác vuông có các cạnh góc vuông R và X cạnh huyền Z và góc nhọn kề R là φ (hình 2.14), ta gọi là tam giác tổng trở. Nó giúp ta dễ dàng nhớ các quan hệ giữa các thông số R, X, Z và φ .

Từ hình 2.14 ta có quan hệ:

$$R = Z \cos \varphi; \quad X = Z \sin \varphi \quad (2.42a)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad \varphi = \arctg X/R \quad (2.42b)$$



Hình 2.14 Tam giác tổng trở

2.9. HAI ĐỊNH LUẬT KIRCHHOFF VIẾT DẠNG PHÚC

2.9.1. Định luật Kirchhoff 1 (K1)

Tổng đại số các ảnh phác dòng điện tại một nút bất kỳ bằng không.

$$\sum_{\text{nút}} \pm \dot{I}_k = 0 \quad (2.43)$$

trong đó, nếu qui ước dòng điện đi đến nút mang dấu dương (+) thì dòng điện rời khỏi nút phải mang dấu âm (-) và ngược lại.

2.9.2. Định luật Kirchhoff II

Tổng đại số các ảnh phác của điện áp trên các phần tử đọc theo tất cả các nhánh trong một vòng với chiều tùy ý bằng không.

$$\sum_{\text{vòng}} \pm \dot{U}_k = 0 \quad (2.44)$$

Nếu chiều mạch vòng đi từ cực + sang - của một điện áp thì điện áp đó mang dấu +, còn ngược lại mang dấu -.

Phát biểu lại định luật Kirchhoff -2 ở dạng tương đương như sau : **Đi theo một vòng với chiều tùy ý, tổng đại số các ảnh phức của sụt áp trên các phần tử bằng tổng đại số các ảnh phức sđđ; trong đó, nếu chiều vòng đi từ cực + sang cực – thì điện áp trên phần tử đó mang dấu +, còn ngược lại mang dấu – và nếu chiều vòng đi từ cực – sang cực + thì sđđ đó mang dấu +, còn ngược lại mang dấu –.**

$$\sum_{\text{vòng}} \pm \dot{U}_{pt} = \sum_{\text{vòng}} \pm \dot{E}_k \quad (2.45)$$

Ta có thể viết điện áp trên các phần tử thông qua các biến của nhánh, nên công thức (2-45) có thể viết lại như sau :

$$\sum_{\text{vòng}} \pm Z_k \dot{I}_k = \sum_{\text{vòng}} \pm \dot{E}_k \quad (2.46)$$

Trong đó, chiều dương dòng điện cùng chiều mạch vòng mang dấu + còn ngược lại mang dấu –.

2.10. CÁC CÔNG SUẤT TRONG NHÁNH R-L-C

2.10.1. Công suất tác dụng P

Ta đã có : $P = RI^2$.

Thay $R = Z \cos \varphi$ vào biểu thức P ta có :

$$P = Z \cos \varphi \cdot I \cdot I = Z \cdot I \cdot I \cos \varphi = UI \cos \varphi \quad (2.47)$$

Đơn vị công suất là **Watt, ký hiệu là W**.

Ta gọi $\cos \varphi$ là hệ số công suất, phụ thuộc các phần tử nhánh và tần số, đó là một thông số đặc trưng của nhánh ở một tần số.

2.10.2. Công suất phản kháng Q.

Tương tự như công suất tác dụng P, ta có:

$$Q = XI^2 = Z \sin \varphi \cdot I \cdot I = UI \sin \varphi \quad (2.48)$$

Đơn vị của công suất phản kháng Q là VAR.

Trường hợp mạch có tính cảm $\sin \varphi > 0$, $Q > 0$, ngược lại trường hợp mạch có tính dung $\sin \varphi < 0$, $Q < 0$.

2.10.3. Công suất biểu kiến S

Công suất biểu kiến ký hiệu là S và được định nghĩa là :

$$S = UI \quad (2.49)$$

Đơn vị của công suất biểu kiến S là VA.

2.10.4. Công suất viết ở dạng số phức

$$\tilde{S} = \dot{U} \times \dot{I}^* = P + jQ = \operatorname{Re}(\dot{U} \cdot \dot{I}^*) + j\operatorname{Im}(\dot{U} \cdot \dot{I}^*) \quad (2.50a)$$

$$P = \operatorname{Re}(\dot{U} \cdot \dot{I}^*) \quad Q = \operatorname{Im}(\dot{U} \cdot \dot{I}^*) \quad (2.50b)$$

Chú ý : \dot{I}^* là số phức liên hiệp của số phức dòng điện \dot{I} .

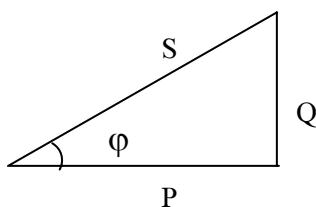
2.10.5. Quan hệ giữa các công suất P, Q, S

Ta có các quan hệ sau:

$$P = UI \cos\varphi = S \cos\varphi \quad (2.51a)$$

$$Q = UI \sin\varphi = S \sin\varphi \quad (2.51b)$$

và do đó $\sqrt{P^2 + Q^2} = S$. (2.51c)



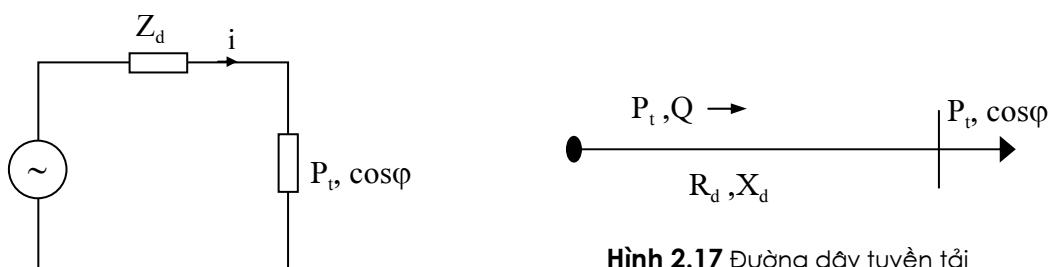
Hình 2-15 Tam giác công suất

Như vậy chỉ cần biết hai đại lượng P, Q hoặc S, φ có thể tìm ra hai đại lượng còn lại. Từ các biểu thức (2.51a,b,c) ta thấy P, Q, S cũng có thể biểu diễn bằng một tam giác vuông như hình (2.15) đồng dạng với tam giác tổng trở, gọi là tam giác công suất.

2.11. NÂNG CAO HỆ SỐ CÔNG SUẤT $\cos\varphi$

Một nhánh với R, L, C đã cho, ở một tần số nhất định sẽ có những thông số (R, X), góc lệch pha φ và do đó có hệ số công suất $\cos\varphi$ xác định.

Hệ số công suất $\cos\varphi$ là một chỉ tiêu kỹ thuật quan trọng về mặt năng lượng và có ý nghĩa rất lớn về kinh tế.



Hình 2-16 Sơ đồ truyền tải

Trên hình 2.17, trình bày một đường dây tải điện có điện trở và điện kháng đường dây là R_d và X_d . Để truyền công suất P_t trên đường dây, ta có dòng điện chạy trên đường dây tải điện là :

$$I = \frac{P_t}{U \cos \varphi} \quad (2.52)$$

$$\Delta P_d = R_d I^2 = R_d \frac{P_t^2}{U^2 \cos^2 \varphi};$$

$$\text{và } \Delta U_d = I Z_d \quad (2.53)$$

Vậy, nâng cao được hệ số công suất của lưới điện :

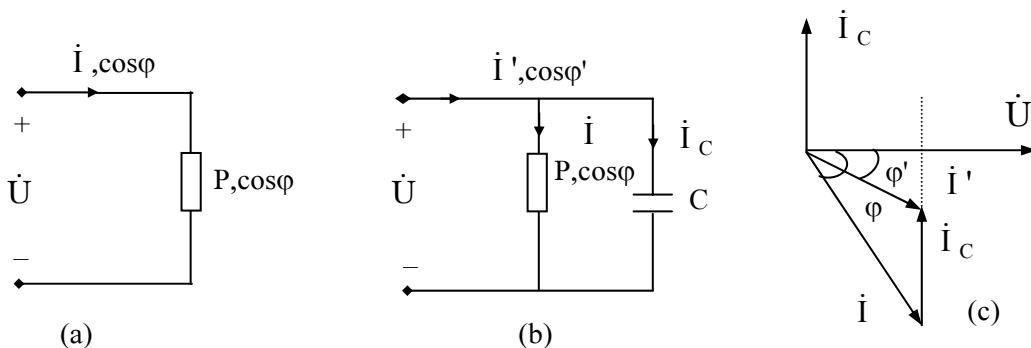
- Giảm tổn hao công suất trên đường dây.
- Phát huy được khả năng phát điện của nguồn.
- Giảm sụt áp trên đường dây truyền tải điện.

Vì vậy $\cos \varphi$ của tải thấp là có hại về kinh tế và kỹ thuật.

Hầu hết các phụ tải công nghiệp và dân dụng đều có tính cảm, khi vận hành các thiết bị điện do chạy non tải nên $\cos \varphi$ của tải thấp. Để nâng cao $\cos \varphi$ của mạng điện, ta dùng tụ điện nối song song với tải gọi là bù bằng tụ điện tĩnh.

Tìm điện dung C của tụ điện để nâng $\cos \varphi$ lên $\cos \varphi'$

Một phụ tải làm việc với lưới điện có điện áp U , tần số f , tiêu thụ công suất tác dụng P có hệ số công suất $\cos \varphi$ (hình 2.18a). Tính điện dung C của tụ điện ghép song song với tải (hình 2.18b) để nâng hệ số công suất của lưới điện từ $\cos \varphi$ lên $\cos \varphi'$. Hình 2.18c cho ta thấy $\varphi > \varphi'$ nên $\cos \varphi' > \cos \varphi$.



Hình 2-18 Nâng cao hệ số công suất $\cos \varphi$

Khi chưa nối tải với tụ thì dòng chảy trên lưới điện I và hệ số công suất $\cos \varphi$ cũng chính là dòng điện và $\cos \varphi$ của tải. Khi nối song song với tải tụ C thì dòng điện trên tải vẫn là I , hệ số công suất vẫn là $\cos \varphi$, nhưng dòng điện trên lưới là I' , dòng qua tụ là I_c và hệ số công suất là $\cos \varphi'$. Ta có :

$$\dot{I}' = \dot{I} + \dot{I}_c$$

Khi chưa có tụ bù thì công suất phản kháng của lối điên cung cấp cho tải:

$$Q = P \cdot \operatorname{tg}\varphi \quad (2.54)$$

Khi có tụ bù, hệ số công suất của lối điên là $\cos\varphi'$. Do đó lúc này lối điên chỉ cung cấp cho tải một lượng công suất phản kháng là:

$$Q' = Q + Q_C = P \cdot \operatorname{tg}\varphi' \quad (2.55)$$

Ta thấy rằng lúc này lối điên cung cấp công suất phản kháng ít hơn nhờ có tụ điện ghép song song với tải và chính tụ điện cung cấp phần công suất phản kháng còn lại cho tải. Như vậy công suất phản kháng của tụ điện là:

$$Q_C = -X_C I^2 = -X_C U^2 / X_C^2 = -U^2 \cdot \omega C \quad (2.56)$$

$$Q_C = Q' - Q = P (\operatorname{tg}\varphi' - \operatorname{tg}\varphi) \quad (2.57)$$

Từ (2.56) và (2.57), ta tính được:

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') \quad (2.58)$$



BÀI TẬP

Bài 2.1. Hãy tìm thông số của các đại lượng hình sin sau :

- a. $e_1 = 208 \sin(\omega t + 90^\circ) V; i_1 = 120 \sin(100\pi t + 20^\circ) A$
- b. $e_2 = 320 \sin(100\pi t + 150^\circ) V; i_2 = 28 \sin(100\pi t) A$
- c. $i_1 = 120 \sin(100\pi t + 40^\circ) A; u_1 = 328 \sin(120\pi t - 60^\circ) V$
- d. $i_2 = 28 \sin(100\pi t) A; u_2 = 128 \sin(500\pi t - 160^\circ) V$

Bài 2.2. Biểu diễn các đại lượng hình sin của **bài 1** thành các vectơ. Vẽ hai đại lượng hình sin của a, b, c, d trên cùng một hệ trục toạ độ.

Bài 2.3. Tìm trị hiệu dụng và pha ban đầu các đại lượng hình sin của **bài 1** ?

Bài 2.4. Biểu diễn các đại lượng hình sin của **bài 1** thành các số phức. Biểu diễn các số phức sau đây thành đại lượng hình sin theo thời gian ?

$$\dot{U}_1 = 220 \angle -45^\circ V; \dot{I}_1 = 10 \angle 45^\circ A$$

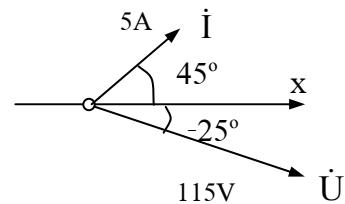
$$\dot{U}_1 = 120 \angle 65^\circ V; \dot{I}_1 = 10 \angle 30^\circ A$$

$$\dot{E}_1 = 400 \angle -65^\circ V; \dot{I}_1 = 12 \angle -22^\circ A$$

Bài 2.5. Tìm góc lệch pha của các cặp đại lượng hình sin của bài 1 và bài 4 ?

Bài 2.6. Biểu diễn các cặp số phức của **bài 4** thành các vectơ trên cùng hệ một trục toạ độ.

Bài 2.7. Từ đồ thị hình 2-1, viết các đại lượng hình sin về dạng tần số và dạng số phức.



Bài 2.8. Chuyển các số phức sau đây về dạng số mũ :

$$Z_1 = 4 + 5j ; \quad Z_2 = 14 + 5j ;$$

$$Z_3 = 24 + 45j ; \quad Z_4 = 14 - 15j ; \quad Z_5 = 4 - 5j ; \quad Z_6 = 4 - 15j$$

Bài 2.9. Chuyển các số phức sau đây về dạng đại số :

$$Z_7 = 5 \angle -35^\circ ; \quad Z_8 = 10 \angle 35^\circ ; \quad Z_9 = 20 e^{j180^\circ} ; \quad Z_{10} = 4 \angle -15^\circ ;$$

$$Z_{11} = 6 \angle -180^\circ ; \quad Z_{12} = 25 e^{-j90^\circ} ; \quad Z_{13} = 5 \angle 0^\circ ; \quad Z_{14} = 12 \angle 25^\circ ;$$

Bài 2.10. Từ các số phức của bài 8 & 9, tính các số phức sau đây :

$$Z_{15} = Z_1 + Z_4 ; \quad Z_{16} = Z_1 + Z_7 ; \quad Z_{17} = Z_9 - Z_4 ; \quad Z_{18} = Z_{10} - Z_{14} ;$$

$$Z_{19} = Z_1 \times Z_5 ; \quad Z_{20} = Z_1 \times Z_7 ; \quad Z_{21} = Z_9 \times Z_4 ; \quad Z_{22} = Z_{10} \times Z_{14} ;$$

$$Z_{23} = Z_1 / Z_6 ; \quad Z_{24} = Z_1 / Z_7 ; \quad Z_{25} = Z_9 / Z_4 ; \quad Z_{26} = Z_{13} / Z_{14} ;$$

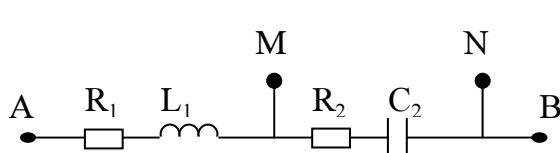
$$Y_{27} = (1/Z_1) + (1/Z_3) ; \quad Y_{28} = (1/Z_1) + (1/Z_3) + (1/Z_4) ; \quad Y_{29} = Y_{27} + Y_{28} ;$$

$$Z_{30} = \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_1 + Z_2} ; \quad Z_{31} = \frac{Z_4 \times Z_8}{Z_4 + Z_8} ; \quad Z_{32} = \frac{Z_{10} \times Z_{12}}{Z_{10} + Z_{12}} ; \quad Z_{33} = \frac{Z_{14} \times Z_8}{Z_{14} + Z_8} ;$$

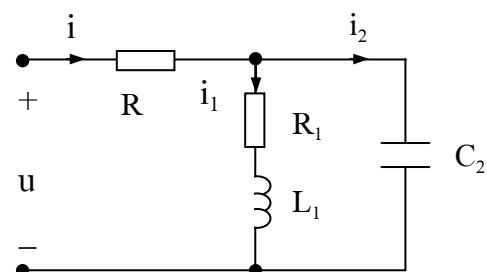
Bài 2.11. Cho mạch điện như hình vẽ (hình 2-2). Đặt lên hai cực AB của mạch một điện áp xoay chiều hình sin xác định có trị hiệu dụng U_{AB} . Cho $f = 100\text{Hz}$.

a. Nếu nối vào hai điểm MN một ampe kế, thì ampe kế chỉ trị số là $0,3\text{A}$ và chệch pha so với điện áp U_{AB} một góc là 60° . Công suất mạch tiêu thụ lúc này là 18W . Tính R_1 , L_1 và U_{AB} ?

b. Nếu nối vào hai điểm MN một vôn kế, thì vôn kế chỉ trị số là 60V và điện áp đó chệch pha so với điện áp U_{AB} một góc là 60° . Tính R_2 , C_2 ?



Hình 2 - 2

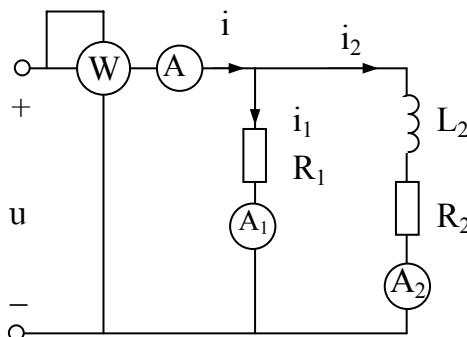


Hình 2-3

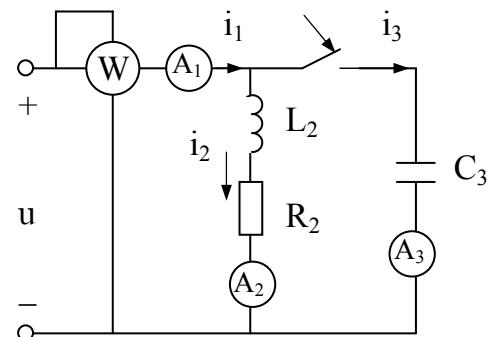
Bài 2.12. Cho mạch điện như hình vẽ (hình 2-3). Điện áp nguồn cung cấp $u = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$ V. Các thông số mạch điện là $R = 2\Omega$, $R_1 = 10\Omega$, $L_1 = \frac{1}{10\pi}$ H;

$$C_2 = \frac{10^3}{3\pi} F \text{ và } f = 50\text{Hz}. \text{ Tính :}$$

- a. Dòng điện i , i_1 và i_2 để ở dạng thời gian ?
- b. Công suất P và Q toàn mạch ?



Hình 2-4



Hình 2-5

Bài 2.13. Cho mạch điện xoay chiều như hình 2-5, có các thông số sau :

$$R_1 = 10 \Omega; R_2 = 6 \Omega; X_2 = 8 \Omega; u(t) = 127\sqrt{2} \sin \omega t \text{ V.}$$

Xác định chỉ số các dụng cụ đo. Viết biểu thức tức thời và số phức các dòng điện

Bài 2.14. Cho mạch điện xoay chiều hình sin như hình 2-5, có tần số 50Hz và dụng cụ đo chỉ các đại lượng như sau :

+ Khi khoá K mở : Vôn kế chỉ 220V; Ampe kế một và Ampe kế hai chỉ giá trị bằng nhau và bằng 10A, Watt kế chỉ 1320W. Tính R_1 , L_1 và hệ số công suất của mạch lúc này ?

+ Khi khoá K đóng : Vôn kế chỉ 220V; Ampe kế một chỉ 6A và Ampe kế hai chỉ 10A và Ampe kế ba chỉ 8A, Watt kế chỉ 1320W. Tính C và cho nhận xét ?

